

Exercise 1 Zadanie 58. Znaleźć wartości regularne odwzorowania

$$g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \\ (x, y) \mapsto (x^2 + y^2)^2 - 4a(x^3 + y^2(a + x)), \quad a \neq 0.$$

Exercise 2 Zadanie 59. Znaleźć wartości regularne odwzorowania

$$g : \mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\} \rightarrow \mathbb{R}, \\ (x, y) \mapsto (x^2 + y^2)^2 - 4a(x^3 + y^2(a + x)), \quad a \neq 0.$$

Exercise 3 Zadanie 60. Znaleźć wartości regularne odwzorowania

$$g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \quad (x, y) \mapsto x(x^2 + y^2) - 2ay^2, \quad a \neq 0.$$

Exercise 4 Zadanie 61. Czy 0 jest wartością regularną odwzorowania

$$g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \quad (x, y) \mapsto (x^2 + y^2)^3 - a^2 x^2 y^2, \quad a \neq 0.$$

Example 5 62 Czy zbiór $H = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3; xy = z^3 - 3, yz = x + x^2\}$ jest hiperpowierzchnią?

Exercise 6 Zadanie 63. Pokazać, że podzbiory $f^{-1}(0)$, $g^{-1}(0)$, $h^{-1}(0)$ są hiperpowierzchniami kl. C^∞ ($a \neq 0$, $b \neq 0$)

$$f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}, \quad (x, y, z) \mapsto x^2 + y^2 - a^2, \\ g : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}, \quad (x, y, z) \mapsto y - \sinh \frac{z}{b}, \\ h : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad (x, y, z) \mapsto \left(x^2 + y^2 - a^2, y - \sinh \frac{z}{b}\right).$$

Pokazać, że $h^{-1}(0)$ jest linią śrubową.

Exercise 7 Zadanie 64. Pokazać, że podzbiory $M = f^{-1}(0)$, $N = g^{-1}(0)$, oraz $M \cap N$ są hiperpowierzchniami kl. C^∞ ($a > 0$)

$$f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}, \quad (x, y, z) \mapsto x^2 + y^2 + z^2 - a^2, \\ g : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}, \quad (x, y, z) \mapsto x^2 + y^2 - ax.$$

Exercise 8 Zadanie 65. Sprawdzić, że zbiór

$$x^2 - y^2 + z^3 = -1$$

opisuje powierzchnię. Znaleźć jej dowolną parametryzację w otoczeniu punktu $(0, 1, 0)$.

Exercise 9 Zadanie 66. Pokazać, że $M = h^{-1}(0)$ jest krzywą kl. C^∞ dla

$$h : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad (x, y, z) \mapsto (x^2 + y^2 + z^2 - 1, x^2 + y^2 - 2x).$$